

Investition und Finanzierung

Aufgabenblatt 5: Dynamische Investitionsrechnung I

1. Aufgabe: Kapitalwertkriterium

Es sind drei Investitionen A, B und C gegeben. Der Kalkulationszinssatz liegt bei $i = 3\%$.

t	0	1	2	3	4
CF_t^A	-10	3	11	-	-
CF_t^B	-20	0	8	8	8
CF_t^C	-10	2,5	2,5	2,5	2,5

- Erläutern Sie allgemein das Kapitalwertkriterium und nennen Sie die Entscheidungsregel!
- Welche Interpretationen hat der Kalkulationszinssatz bei der Kapitalwertmethode?
- Entscheiden Sie über die Vorteilhaftigkeit der Investitionen mithilfe des Kapitalwertkriteriums!
- Die Investitionen A und B unterscheiden sich hinsichtlich der Anfangsauszahlung, der Laufzeit und der Rückzahlungsstruktur. Berücksichtigen Sie in den obigen Zahlungsreihen explizit Ergänzungsinvestitionen zum Kalkulationszinssatz, die die Investitionen vergleichbar machen und stellen Sie die zugehörigen neuen Zahlungsreihen auf, indem Sie
 - die Differenz der Investitionsauszahlungen von A und B zum Kalkulationszinssatz anlegen,
 - die zwischenzeitlichen Einzahlungsüberschüsse zum Kalkulationszinssatz anlegen (Wiederanlageprämisse),
 - die Rückflüsse der Investitionen auf den Zeitpunkt $t = 4$ aufzinsen!
 Zeigen Sie an diesem Beispiel, dass die explizite Berücksichtigung solcher Investitionen den Kapitalwert nicht verändert!

Lösung:

- Verfahren der Investitionsrechnung mit genauer Erfassung der Zahlungsstruktur
 - alle Zahlungen werden auf Zeitpunkt abgezinst: meistens auf den Zeitpunkt (Barwert)

Berechnung:

Investition und Finanzierung

$$K_0 = \dots\dots\dots$$

Annahme:

- Kapitalmarkt
- insbesondere gleicher zinssatz

Entscheidungsregel:

$K_0 > 0$:

$K_0 = 0$:

$K_0 < 0$:

b)

Interpretationen des Kalkulationszinssatzes:

- Effektivverzinsung der
- einer alternativen
- gewünschte des eingesetzten Kapitals
- kann auch einen enthalten

c)

$$K_0^A = \dots\dots\dots$$

$$K_0^B = \dots\dots\dots$$

$$K_0^C = \dots\dots\dots$$

Fazit: prinzipiell vorteilhaft, nicht. ist vorteilhafter als

Investition und Finanzierung

d)

Differenz der Investitionsauszahlungen I_0 :

- $I_0^A = \dots$ und $I_0^B = \dots$ führt zu Differenz von \dots
- Anlage des Differenzbetrags bis zum Ende der Investition A \dots und noch \dots Perioden darüber hinaus ($t = 4$), da Investition B so lange läuft
- Anlage des Differenzbetrags i. H .v. \dots für in \dots Jahren zu einer Rückzahlung von $10 \cdot 1,03^4 = \dots$

Wiederanlageprämisse WA zum Kalkulationszinssatz:

- $CF_1^A = \dots$ wird bis zum Zeitpunkt $t = 4$ angelegt: $3 \cdot 1,03^3 = 3,2782$
- $CF_2^A = \dots$ wird bis zum Zeitpunkt $t = 4$ angelegt: $11 \cdot 1,03^2 = \dots$

Daraus ergibt sich insgesamt $CF_t^{A,sum} = CF_t^A + CF_t^{I_0} + CF_t^{WA}$ mit den beiden Ergänzungsinvestitionen $CF_t^{I_0}$ und CF_t^{WA} :

t	0	1	2	3	4
CF_t^A	-10	3	11	-	-
$CF_t^{I_0}$	-10				11,2551
CF_t^{WA}	0	-3	-11	0	
$CF_t^{A,sum}$					26,2032

Analog für Investition B:

t	0	1	2	3	4
CF_t^B	-20	0	8	8	8
CF_t^{WA}					
$CF_t^{B,sum}$					

Investition und Finanzierung

Die neuen Zahlungsreihen $CF_t^{A,sum}$ und $CF_t^{B,sum}$ haben jetzt
 Anfangsauszahlungen, gleiche und gleiche und
 wir können hier direkt am Endwert ablesen, dass Investition A vorteilhafter ist als B. Die
 Kapitalwerte haben

$$K_0^A = \dots = 3,2812$$

$$K_0^B = \dots = 1,9698$$

Das hängt damit zusammen, dass die Ergänzungsinvestitionen den Kapitalwert
 haben und daher beim Kapitalwertkriterium implizit bereits werden.

Beispielsweise ist der Kapitalwert von $CF_t^{I_0}$ bei Investition A null:

.....

Investition und Finanzierung

2. Aufgabe: Gordon-Growth-Modell

Regina R. möchte 1.500 € langfristig in Aktien investieren. Dafür hat sie nach einiger Recherche zwei interessante Unternehmen aus der Immobilienbranche gefunden: die GBM AG und die IQW SE. Die Aktie der GBM AG notiert bei 22,99 € während die Aktie der IQW SE bei 74,58 € steht. Beide Unternehmen zahlten in den vergangenen 15 Jahren immer eine jährliche Dividende, die sich von Jahr zu Jahr erhöhte. Regina geht daher auch in Zukunft von einer sicheren Dividende bzw. Dividendensteigerung aus. Für die GBM AG rechnet sie mit einer Dividende von 1 € pro Aktie im nächsten Jahr, die sich jährlich um 5 % erhöht. Für die IQW SE hingegen geht sie von 3,53 € pro Aktie aus, die sich jährlich um 4 % steigert. Für beide Unternehmen wird mit einem risikoadäquaten Kalkulationszinssatz von 9 % gerechnet.

Regina möchte für ihre Entscheidung das Kapitalwertkriterium anwenden. Dafür geht sie davon aus, dass die Rückflüsse der Investitionen ausschließlich aus den jeweiligen ewig laufenden Dividendenzahlungen bestehen.

- Wie ergibt sich allgemein die Dividende D_t für Jahr t ? Notieren Sie tabellarisch die für eine Aktie anfallende Zahlungsreihe!
- Welche der beiden einzelnen Aktien liefert den höheren Kapitalwert? Interpretieren Sie das Ergebnis! *Hinweis:* Formen Sie die Dividendenzahlungen in eine ewige Rente um!
- Um wie viel Prozent müsste die schlechtere Aktie fallen, damit sie den gleichen Kapitalwert erreicht wie die bessere Aktie? Wie würde das die Entscheidung beeinflussen, wenn die kompletten 1.500 € investiert werden, wobei davon noch 5,80 € Transaktionsgebühren zu Beginn fällig werden und auch gebrochene Aktienanteile gekauft werden können?

Lösung:

a)

D_t ... Dividende für Jahr t , D_1 gegeben, Wachstumsrate g p. a.

$$D_2 = \dots\dots\dots$$

$$D_3 = \dots\dots\dots$$

...

$$D_t = \dots\dots\dots$$

$$CF_t = D_t \text{ für } t = 1, 2, \dots$$

Investition und Finanzierung

t	0	1	2	3	...
CF_t^{GGM}					...
CF_t^{IQW}	-74,58			3,82	...

b)

Der Kapitalwert einer Investition in eine Aktie ist:

$$K_0 = -P_0^{Markt} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+i)^t},$$

wobei P_0^{Markt} der ist. Diskontiert man die und interpretiert das Ergebnis V_0^{GGM} als Wert der Aktie im Gordon-Growth-Modell, erhält man

$$K_0 = \dots$$

und

$$\begin{aligned} V_0^{GGM} &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+i)^t} \\ &= \dots \\ &= \frac{D_1}{1+g} \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t \end{aligned}$$

Ansatz: „effektiven Zins“ r bestimmen, sodass

$$\frac{1+g}{1+i} = \frac{1}{1+r}$$

$$\Leftrightarrow r = \dots$$

$$\begin{aligned} V_0^{GGM} &= \dots \\ &= \frac{D_1}{i-g} \quad (\text{Gordon-Growth-Modell}) \end{aligned}$$

Investition und Finanzierung

	GBM AG	IQW SE
P_0^{Markt}	22,99	74,58
i		
D_1		
g		
V_0^{GGM}		
K_0		

Die Aktie der GCM AG liefert einen Kapitalwert, die Aktie der IQW SE einen Kapitalwert. Unter der Annahme, dass das Gordon-Growth-Modell sinnvolle Preise liefert, kann man schließen, dass GBM ist und IQW

c)

Aktie der war schlechter

$$2,01 \text{ €} = -x + V_0^{GGM} = -x + 70,60 \text{ €}$$

$\Rightarrow x = \dots\dots\dots$

Das entspricht einem Preisverfall von

.....

Kapitalwert der gesamten Investition im Fall des Preisverfalls:

Stückzahl bei GBM: $\frac{1.500 \text{ €} - 5,80 \text{ €}}{22,99 \text{ €}} = \dots\dots\dots$

$$K_0^{GBM} = -5,80 \text{ €} + \frac{1.500 \text{ €} - 5,80 \text{ €}}{22,99 \text{ €}} \cdot 2,01 \dots\dots\dots$$

$$K_0^{IQW} = \dots\dots\dots = 37,99 \text{ €}$$

Dadurch dass eine Aktie der IQW SE ist, würde der Kapitalwert bei einer Investition in die GBM AG sein, da Aktien gekauft werden könnten, obwohl pro Aktie der Kapitalwert erzielt wird.

Investition und Finanzierung

3. Aufgabe: Interner Zinssatz

- a) Berechnen Sie den internen Zinssatz einer Investition in Höhe von 100.000 €, die im ersten Jahr 65.000 € und im zweiten Jahr 45.000 € Einzahlungen verursacht.
- b) Wie würden Sie über die Investition entscheiden, wenn Sie einen Kalkulationszinssatz von 3 % verwenden?
- c) Veranschaulichen Sie auch an diesem Beispiel die implizite Wiederanlageprämisse für Einzahlungsüberschüsse und diskutieren Sie diese!

Lösung:

a)

Ansatz für i_{IRR} : $K_0(i)$ als Funktion von i wird gleich gesetzt und nach aufgelöst

$$0 = K_0(i) =$$

Wir setzen $q := 1 + i$ und erhalten ein Polynom zweiten Grades.

Das kann mit der p - q -Formel gelöst werden:

$$x^2 + p x + q = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Achtung: Das q in der p - q -Formel ist ein anderes q als in unserer Gleichung!

$$\Rightarrow q_1 =$$

$$\Rightarrow q_2 =$$

$$\Rightarrow i_1 =$$

$$\Rightarrow i_2 = -142,0403 \%$$

i_2 ist uninteressant da $i_2 < -1$. Der gesuchte interne Zinssatz ist $i_{IRR} =$

Investition und Finanzierung

b)

Da $i_{IRR} = \dots$ und damit \dots als der Kalkulationszinssatz $i = 3\%$ ist und auch als \dots des Kapitals interpretiert wird, würde man diese Investition \dots .

c)

Verwendung von i_{IRR} für die Wiederanlageprämisse:

Der Kapitalwert der ursprünglichen Zahlungsreihe ist bei Verwendung des \dots null. Legt man die 65 T€, die man bei $t = 1$ aus der Investition erhält, wieder zum internen Zinssatz an, so ergibt das bei $t = 2$ insgesamt

T€.

t	0	1	2
CF_t	-100	65	45
CF_t^{WA}			
CF_t^{sum}			

Der Kapitalwert der Investition CF_t^{sum} bzw. der Wiederanlageinvestition ist bei Verwendung von i_{IRR} wieder null:

Es ist allerdings fraglich, ob die 65 T€ tatsächlich zum Zinssatz \dots angelegt werden können. Schließlich geht das \dots davon aus, dass die Rückflüsse zum \dots angelegt werden, der hier bei 3% liegt. Es entsteht dadurch eine Verzerrung, die dazu führt, dass einige Autoren von der Verwendung des internen Zinssatzes als Investitionskriterium abraten.

Investition und Finanzierung

4. Aufgabe: Anzahl interner Zinssätze

Es sind die folgenden Zahlungsreihen gegeben:

t	0	1	2	3	4
CF_t^A	-50	-5	30	30	-
CF_t^B	-100	30,3	29,1	31,02	5,7
CF_t^C	50	-20	-20	-20	-
CF_t^D	0	10,05	20,1	-30	11,2

- a) Geben Sie für jede Zahlungsreihe an, ob es sich um eine Normalinvestition handelt!
- b) Geben Sie für jede Zahlungsreihe an, ob es sich um eine reguläre Investition handelt!
- c) Geben Sie für jede Zahlungsreihe so genau wie möglich Vorzeichen und Anzahl der internen Zinssätze an!

Lösung:

A:

t	0	1	2	3	4
CF_t^A	-50	-5	30	30	-
kum. CF_t^A					-

- Ein vor Aus ... Einzahlungen vor Auszahlungen
- Deckung ... Deckungskriterium
- NI ... Normalinvestition
- VZW ... Vorzeichenwechsel
- RI ... reguläre Investition

	Begründung	Entscheidung
Ein vor Aus?		
Deckung?		
NI?		
Anz. VZW kum.		
RI?		
Anz. VZW		
Anzahl i_{IRR}		

Investition und Finanzierung

B:

t	0	1	2	3	4
CF_t^B	-100	30,3	29,1	31,02	5,7
kum. CF_t^B					

...

	Begründung	Entscheidung
Ein vor Aus?		
Deckung?		
NI?		
Anz. VZW kum.		
RI?		
Anz. VZW		
Anzahl i_{IRR}		

C:

t	0	1	2	3	4
CF_t^C	50	-20	-20	-20	-
kum. CF_t^C					

...

	Begründung	Entscheidung
Ein vor Aus?		
Deckung?		
NI?		
Anz. VZW kum.		
RI?		
Anz. VZW		
Anzahl i_{IRR}		

Investition und Finanzierung

D:

t	0	1	2	3	4
CF_t^D	0	10,05	20,1	-30	11,2
kum. CF_t^D					

...

	Begründung	Entscheidung
Ein vor Aus?		
Deckung?		
NI?		
Anz. VZW kum.		
RI?		
Anz. VZW		
Anzahl i_{IRR}		